

Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике 2023-2024 гг

Первый этап

9 класс

Время написания работы 4 астрономических часа

Каждая задача оценивается в 7 баллов

9.1. Два пешехода одновременно вышли из пунктов А и Б навстречу друг другу с постоянными скоростями по одной дороге. В какой-то момент они встретились первый раз и продолжили движение. Затем, достигнув противоположного пункта, каждый из них развернулся и двинулся в обратном направлении с той же скоростью, после чего в какой-то момент они встретились во второй раз. Их первая встреча произошла в 720 метрах от ближайшего в этот момент из пунктов А и Б, а вторая - в 400 метрах от другого из этих пунктов. Каково расстояние между А и Б?

9.2. Найти все четвёрки различных простых чисел a, b, c, d таких, что

$$a + c = d, \quad a(a + b + c + d) = c(d - b), \quad 1 + bc + d = bd.$$

9.3. В треугольнике ABC точка М — середина стороны АВ, а Е — точка на стороне ВС такая, что $BE:EC=2:1$. Известно, что углы АМС и ВАЕ равны. Найдите угол ВАС.

9.4. Найти все натуральные числа n , для которых число $A_n = \underbrace{10\dots010\dots01}_n$ делится на 37.

9.5. Обозначим за X множество из n^2 точек координатной плоскости с координатами (x, y) , где x и y пробегает все натуральные числа от 1 до n включительно. Найдите наименьшее натуральное число m такое, что среди любых m точек множества X всегда найдутся четыре, являющихся вершинами параллелограмма. Стороны параллелограмма могут быть наклонными - не горизонтальными и не вертикальными.

Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике 2023-2024 гг

Первый этап

9 класс

Время написания работы 4 астрономических часа

Каждая задача оценивается в 7 баллов

9.1. Два пешехода одновременно вышли из пунктов А и Б навстречу друг другу с постоянными скоростями по одной дороге. В какой-то момент они встретились первый раз и продолжили движение. Затем, достигнув противоположного пункта, каждый из них развернулся и двинулся в обратном направлении с той же скоростью, после чего в какой-то момент они встретились во второй раз. Их первая встреча произошла в 720 метрах от ближайшего в этот момент из пунктов А и Б, а вторая - в 400 метрах от другого из этих пунктов. Каково расстояние между А и Б?

9.2. Найти все четвёрки различных простых чисел a, b, c, d таких, что

$$a + c = d, \quad a(a + b + c + d) = c(d - b), \quad 1 + bc + d = bd.$$

9.3. В треугольнике ABC точка М — середина стороны АВ, а Е — точка на стороне ВС такая, что $BE:EC=2:1$. Известно, что углы АМС и ВАЕ равны. Найдите угол ВАС.

9.4. Найти все натуральные числа n , для которых число $A_n = \underbrace{10\dots010\dots01}_n$ делится на 37.

9.5. Обозначим за X множество из n^2 точек координатной плоскости с координатами (x, y) , где x и y пробегает все натуральные числа от 1 до n включительно. Найдите наименьшее натуральное число m такое, что среди любых m точек множества X всегда найдутся четыре, являющихся вершинами параллелограмма. Стороны параллелограмма могут быть наклонными - не горизонтальными и не вертикальными.